**Вариант №12**

1. Построив таблицы истинности, определите, следует ли 𝜈 из 𝜇:







Таблица истинности для данных формул:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *c* | *φ*1 | *φ*2 | *φ*3 | *φ*4 | *φ*5 |  | *ψ*1 | *ψ*2 | *ψ*3 | *ψ*4 |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** | 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | **1** | 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** | 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |

По таблицам истинности определяем:

при a=0, b=1, c=1:  и поэтому ,

при a=1, b=1, c=0:  и поэтому .

**Ответ**: 𝜈 не следует из 𝜇

2. Проверьте алгебраически, эквивалентны ли следующие формулы:



Преобразуем формулу  с помощью эквивалентных преобразований:











Преобразуем формулу  с помощью эквивалентных преобразований:



.

Полученные выражения показывают, что формула  - выполнимая (принимает значение 1 на всех наборах переменных, кроме a=0, b=0, c=1), а формула  - тождественно истинная (принимает значение 1 на всех наборах переменных).

**Ответ**: данные формулы не эквивалентны.

3. Построив таблицу истинности, приведите данную формулу к СДНФ:



Таблица истинности для данной формулы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *c* |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

СДНФ для данной формулы:

**Ответ**: 

4. Приведите алгебраически данную формулу к СКНФ:



Приводим формулу к СКНФ с помощью эквивалентных преобразований:













**Ответ**: .

5. Приведите методом неопределённых коэффициентов заданную функцию к полиному Жегалкина:





Таблица истинности для данной формулы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *c* | *φ*1 | *φ*2 | *φ*3 | *φ*4 | *φ*5 | *φ*6 |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **1** |

Найдем полином Жегалкина методом неопределённых коэффициентов:



Выпишем коэффициенты полинома Жегалкина в порядке возрастания и подставим их в полином, получим:

:

**Ответ**: 

6. Проверьте, является ли функция 𝒲 самодвойственной:

*W* = (0111 0001).

Функция W(a,b,c) самодвойственная, если



Для самодвойственной функции в разрядах вектора ее значений, симметричных относительно середины вектора, находятся противоположные величины (т.е. если в одном разряде 0, то в симметричном ему относительно середины вектора находится 1, и наоборот). Для данного вектора W это свойство выполнено:

разряд №1 равен 0 – разряд №8 равен 1,

разряд №2 равен 1 – разряд №7 равен 0,

разряд №3 равен 1 – разряд №6 равен 0,

разряд №4 равен 1 – разряд №5 равен 0.

Следовательно, функция 𝒲 является самодвойственной.

**Ответ**: да, является.

7. Определите, принадлежит ли заданная функция *f* классу *G*:



Если функция f(a,b,c) принадлежит классу М монотонных функций, то , если .

Для данной функции имеем:





, при этом (1,0,0)<(1,1,0).

Условие монотонности не выполнено, следовательно, данная функция f не принадлежит классу М монотонных функций.

**Ответ**: нет, не принадлежит.

8. Проверьте, является ли система функций полной:



Определим принадлежность функций системы классам Поста:

- для функции  имеем:







;



- для функции  имеем:













- для функции  имеем:











Таблица принадлежности функций системы классам Поста:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | T0 | T1 | S | L | M |
| f1 | - | - | + | + | - |
| f2 | - | + | - | - | - |
| f3 | + | + | + | + | - |

По таблице определяем: нет такого класса Поста, которому принадлежали бы все функции системы. Следовательно, данная система функций полна.

**Ответ**: данная система функций является полной.

9. Выделите всевозможные базисы в полной системе функций:

B = {(00), (0110), (1101), (1111 1001)}.

Определим принадлежность функций системы классам Поста:

- для функции  имеем:









;

- для функции  имеем:









;

- для функции  имеем:









;

- для функции  имеем:









;

Таблица принадлежности функций системы классам Поста:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | T0 | T1 | S | L | M |
| f1 | + | - | - | + | + |
| f2 | + | - | - | + | - |
| f3 | - | + | - | - | - |
| f4 | - | + | - | - | - |

Поскольку нет такого класса Поста, которому принадлежали бы все функции системы, данная система функций является полной.

Поскольку каждая из функций системы принадлежит хотя бы одному классу Поста и свойства принадлежности для функций f3=(1101) и f4=(1111 1001) одинаковы, то базисы могут состоять из двух или трех функций системы и не могут содержать обе функции f3 и f4

одновременно.

Рассматривая все возможные подсистемы, отвечающие указанным выше условиям, получаем следующие базисы: {f1,f3}, {f1,f4}, {f2,f3}, {f2,f4}.

**Ответ**: B1 = {(00), (1101)}, B2 = {(00), (1111 1001)},

B3 = {(0110), (1101)}, B4 = {(0110), (1111 1001)}.